Sia F(x, ;y) la funzione primitiva, cioè sia

(3)

si avrà

dx ~J - -y òy ' 5y ~~ dy' '

La determinazione della funzione *F* non dipende, come si vede, che da una sola quadratura, ma si può trovar modo di determinare tal funzione senza supporre eseguita una prima integrazione dell'equazione indefinita. Infatti, eliminando dalle due precedenti equazioni la derivata *y',* si ottiene un risultato della forma

dF dF

cioè un'equazione a derivate parziali del primo ordine non lineare, cui deve soddisfare la funzione F e che può quindi servire a determinarla. Siccome questa funzione non entra nell'equazione che colle sue derivate, così delle due costanti arbitrarie contenute in una soluzione completa, l'una è semplicemente additiva.

Se è noto un integrai primo dell'equazione isoperimetrica, si ottiene, integrando la (3), una soluzione dell'equazione a derivate parziali (4), soluzione che è particolare o completa secondo che quell'integral primo è alla sua volta particolare o provveduto di costante arbitraria. Ma reciprocamente dalla conoscenza di una soluzione dell'equazione (4) si può ricavare facilmente, mediante una delle due equazioni (3'), il valore di *y',* cioè un integrai primo dell'equazione isoperimetrica. Però la considerazione seguente è più feconda di risultati.

Se l'integrai primo dell'equazione isoperimetrica contiene una costante arbitraria, è chiaro che al variare di questa costante il valore di *y',* ricavato dall'integrale stesso, riceve pure una variazione e che, per la (3), varia del pari in corrispondenza la funzione *F.* Segnando con *D* queste variazioni simultanee di *y'* e di F, la (3) da

(5) $DdF =$

Ne segue' che, per

$dy - y'.dx = o$,

si ha

ovvero

e quindi

(6) . £>JF = cost.,